**FORMATO 1**

**FORMATO DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**SECCION A: DATOS GENERALES**

1. **Título o nombre del proyecto**

Controlabilidad de modelos elásticos tipo cascaras de Koiter y Naghdi

1. **Línea de investigación de la Facultad/Área**

Ciencias Naturales o Básicas

1. **Unidad académica (Facultad/Escuela profesional/otra)**

Departamento de Ciencias.

1. **Equipo investigador**

* Msc. Alex Neri Gutierrez.
* Dr. Alexis Rodriguez Carranza.
* Msc Ana Laksmy Gamarra Carrasco.

1. **Institución y/o lugar donde se ejecutará el proyecto**

Universidad Privada Antenor Orrego – Campus Trujillo.

1. **Duración (Fecha de Inicio y término)**

Octubre del 2020- Octubre del 2021.

**SECCIÓN B: PLAN DE INVESTIGACIÓN**

1. **Planteamiento y formulación del problema**

La importancia del estudio de cascaras radica en su gran capacidad para soportar cargas, lo cual motiva su uso en muchas áreas de la ingeniería, como, construcción de cubiertas, fuselaje de aviones, turbinas eólicas, etc. Esto lleva a un continuo aumento de nuevos diseños estructurales, cada vez más complejos, que precisan de un análisis cuidadoso.

Las aproximaciones más conocidas para modelar las deformaciones de una cascara son los modelos de Koiter y Naghdi [5]. En ellas son considerados dos mecanismos de acción sobre la cascara, una es de naturaleza mecánica y otra de naturaleza geométrica. La hipótesis sobre el mecanismo mecánico establece que si la espesura de la cascara es suficientemente pequeña en comparación con otras dimensiones, entonces, las tensiones dentro de la cascara son planares, es decir, las tensiones paralelas a la superficie media varían aproximadamente de manera lineal. En ambos modelos la hipótesis sobre la acción mecánica es la misma.

La hipótesis geométrica en el modelo de Naghdi es diferente a la de Kirchoff-Love adoptada en el modelo de Koiter. En el modelo de Koiter los puntos sobre la normal a la superficie media, antes de la deformación, continúan sobre dicha recta a la misma distancia de la superficie media después de la deformación, mas ella puede dejar de ser normal. El modelo de Naghdi toma en cuenta las deformaciones de la cascara y flexión de la superficie media en conjunto con las deformaciones transversales. En ambos modelos todas estas consideraciones llevan a un sistema complejo de ecuaciones diferenciales parciales que modelan sus deformaciones cuando son sometidas a tensiones y condiciones de contorno, esto hace que la controlabilidad de cascaras de tipo Koiter y Naghdi, i.e, obtener cascaras con propiedades elásticas ajustadas a una determinada necesidad, sea realmente complicado. La controlabilidad está intimamente ligada al decaimiento de la energía asociada a dichos modelos.

En tal sentido, nos planteamos la siguiente pregunta **¿Cuales son las condiciones necesarias para obtener decaimiento exponencial de la energía asociada a los modelos de Koiter y Naghdi con disipación localizada?. ¿Es suficiente el decaimiento uniforme de la energía para mostrar la controlabilidad de dichos modelos?.**

1. **Antecedentes**

Existen muchos trabajos, [2], [4], [5], [14], [15], dónde los autores realizan un análisis de existencia de soluciones del modelo de Naghdi y controlabilidad de dicho modelo. Ellos consideran la superficie media como la imagen de una aplicación inyectiva de un abierto del plano. La desventaja de esta aproximación radica en la complejidad de las ecuaciones resultantes, la presencia de los símbolos de Christoffel, hacen de ellas un sistema poco adecuado para usar un esquema de multiplicadores para obtener desigualdades de observación que impliquen estabilización de la energía asociada al modelo. Una nueva aproximación será considerado en este proyecto, siguiendo las ideas de Yao [10], [11],[12], [13]. En esta aproximación la superficie media es considerada como siendo una variedad Riemanniana inmersa en 3 dimensiones. La ventaja de esta aproximación es que superficie media de la cascara es definida de manera intrínseca sin depender de alguna parametrización en particular, con ello, al momento de realizar estimativas se puede elegir un sistema adecuado que simplifique las operaciones al momento de obtener estimativas de observación. Usando estas herramientas, resultados de estabilización uniforme de la energía asociada a los modelos de Koiter y Naghdi, usando feedbacks lineales en la frontera fueron obtenidos por S. G. Chai[16]. Lasiecka e Triggiani [14], [15], estudiaron estabilización de cascaras por feedbacks no lineales en la frontera. A nuestro conocimiento, obtener las condiciones necesarias para obtener decaimiento exponencial de la energía asociada a los modelos de Naghdi y Koiter con disipación interna localizada aún no fue probado, este resultado será el objetivo del presente trabajo de investigación.

1. **Justificación (importancia, beneficiarios, resultados esperados).**

El aumento en la utilización de materiales elásticos tipo cascaras van en aumento debido a su estructura ligera, lo cuál implica ahorro en la utilización de dicho material, pero con gran capacidad para soportar cargas. Dichas estructuras ya son usadas en muchas áreas de la ingeniería, como, construcción de cubiertas, fuselaje de aviones, turbinas eólicas, etc.

Un análisis riguroso es necesario para obtener materiales de este tipo con comportamientos elásticos predeterminados, controlabilidad. Así pretendemos por tanto generar un esquema de análisis de dichas estructuras, lo cual nos permitirá optimizar el rendimiento en su construcción considerando diferentes condiciones a las cuales serán sometidas dichas estructuras. Para ello primero mostraremos la existencia y unicidad de soluciones usando desigualdades de tipo Korn-Nirenberg y la teoría de semigrupos. Luego, usando disipación interna, mostraremos el decaimiento uniforme de la energía asociada y por último la controlabilidad usando el principio de Russell. Realizaremos simulaciones numéricas del modelo obtenido con las disipaciones localizadas, lo cual reduce los gastos en sus validaciones teóricas.

1. **Objetivos**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Objetivo General  (Propósito del proyecto ) | | Resultados Finales | Medios de Verificación |
| Obtener las condiciones necesarias para obtener decaimiento exponencial de la energía asociada a los modelos de Koiter y Naghdi, así como para la controlabilidad de ellos. | | Submeter nuestros resultados en una revista especializada. | Constancia de haber submetido el artículo. |
| Participación en un congreso nacional mostrando nuestros resultados. | Certificado de participación. |
| Objetivos Específicos  (Componentes) | | Resultados Intermedios: | Medios de Verificación |
| 1 | * Obtener resultados sobre existencia de soluciones usando la teoría de semigrupos. * Obtener resultados sobre la existencia de disipaciones localizadas en el interior de cascaras. * Obtener simulaciones numéricas de la controlabilidad. | Existencia de soluciones fuertes. | Formulación y demostración de un teorema que garantice la existencia de soluciones. |
| Construcción de regiones de escape, sobre las cuales actuaran las disipaciones. | Resultados teóricos y numéricos. |

1. **Marco teórico**

Nuestro objeto de estudio son las cascaras de tipo Koiter y Naghdi. La complejidad de las ecuaciones que modelan los desplazamientos de dichas estructuras hacen demasiado complicado un análisis de controlabilidad usando disipaciones internas. Diferentes autores, [2], [4], [5], [14], [15], obtienen resultados de controlabilidad, pero todos ellos usando disipaciones en la frontera, todos ellos consideran la superficie media de la cascara como imagen de un subconjunto del plano. Sin embargo otros autores, [10], [11], [12], [13], obtienen mejores estimativas para dichos modelos considerando la superficie media como siendo una variedad Riemanniana inmersa en el espacio. Desde este punto de vista, para verificar una identidad o realizar alguna estimativa es suficiente hacerlo de manera puntual y para ello se considera un sistema de coordenadas que ofrezca una mayor simplificación, generalmente se usa la técnica de Bochner [ 17].

Usando estas herramientas pretendemos obtener resultados de estabilización uniforme de la energía y controlabilidad, mas precisamente, bajo que condiciones ocurren.

1. **Hipótesis**

La geometría Riemanniana puede proporcionar nuevas herramientas en el análisis de estructuras tipo cascaras de Koiter y Naghdi. Yao **[10], [11],** **[12], [12]** y las referencias en ellos, obtienen resultados que muestran la aplicabilidad de dichas herramientas, probando resultados de estabilización y controlabilidad usando disipaciones en la frontera.

1. **Metodología (Diseño experimental en detalle)**
2. Se realizará la inscripción en revistas especializadas respecto al tema a tratar.
3. Usaremos la Geometría Riemanniana para definir regiones en el interior de las cascaras donde serán colocadas las disipaciones.
4. Con las disipaciones localizadas en el interior de las cascaras, obtener decaimiento uniforme de la energía y controlabilidad de ellas.
5. **Bibliografía**

[1] C. Bardos, G. Lebeau, and J. Rauch, Sharp sufficient conditions for the observa-tion, control and stabilization of wave from the boundary, SIAM J. Control Optim.30(1992), 1024-1065.

[2] M. Bernadou and J. M. Boisserie, The finite Element Method in Thin Shell Theory: Applications to Arch Dam Simulation, Progress in Scientific Computing, Vol. 1,Boston, 1982.

[3] J. L. Lions, Extact controllability, Stabilization and perturbations for distributedsystem, SIAM Review 30(1988), 1-68.

[4] B. Miara and G. Perla, Exact Controllability Of Naghdi Shells, Comptes Rendusde l’Academia des Sciences, Paris, Serie Mathematique - Vol. 348 - Issue 5-6 – 2010,341-346

[5] P. M. Naghdi, Theory of shells and Plates, Handbuch der physik, Vol VI. Springer-Verlag, Berlin, 1972.

[6] A. Pazy, Semigroup of Linear Operator and Application to Partial Differential equa-tions, Springer-Verlag, New York, Berlin, 1983.

[7] P. Petersen, Riemannian Geometry, Second edition. Graduate Texts in Mathema-tics, Springer, New York, 2006.

[8] D. L. Russell, A unified boundary controllability theory for hyperbolic and parabólicpartial differential equations, Studies in Appl. Math. 52(1973),189-211.

[9] P. F. Yao, Modeling and Control in Vibrational and Structural Dynamics: A Diffe-rential Geometric Approach, Chapman and Hall-CRC Applied Mathematics and Non-linear Science, 2011

[10] P. F. Yao, On the Observability inequalities for the exact controllability of the waveequation with variable coefficient, SIAM J. Control Optim. 37(6)(1999), 1568-1599.

[11] P. F. Yao, Observability inequalities for shallow shells, SIAM J. Contr. and Optim.38(6)(2006), 1729-1756.

[12] P. F. Yao, Observability inequalities for Naghdi ́s shells, MMAR 2000, the 6th In-ternational Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Poland 2000.

[13] P. F. Yao, Boundary controllability for the quasilinear wave equation with boundarydissipation, J. Differential Equations, Volume 61, Issue 2, pp 191-233, 2010.

[14] I. Lasiecka, R. Triggiani, and W. Valente, Uniform stabilization of spherical shellsby boundary dissipation, Adv. Differential Equations I(1996), 635-674.

[15] I. Lasiecka, R. Triggiani, Uniform stabilization of a shallow shell model with nonli-near boundary feedbacks, J. Math. Anal. Appl., 269 (2002), pp. 642-688

[16] S. G. Chai, Boundary Feedback Stabilization of Naghdi?s Model, Acta MathematicaSinica, English Series, 2005, Vol.21, No.1, pp. 169?184

[17] S. Bochner, Vector Fields and Ricci curvature Bull. Amer. Math Soc. 53 (1947), 179-195

**SECCIÓN C: CRONOGRAMA DE INVESTIGACIÓN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Actividad** | | **Meses** | | | | | | | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **1** | Recolección de información  bibliográfica | **x** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** | Planteamiento formal del problema y división de tareas |  | **X** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3** | Investigación de acuerdo a sus respectivas tareas |  |  | **x** | **X** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** | Obtención de resultados teóricos |  |  |  |  | **x** | **X** | **x** | **x** | **x** |  |  |  |
| **5** | Preparación de un artículo científico |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **x** | **x** |  |
| **6** | Submeter el artículo |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **x** |

**SECCIÓN D: PRESUPUESTO DEL PROYECTO**

|  |  |
| --- | --- |
| **Partida presupuestaria** | **Monto (S/.)** |
| 1. Equipos y bienes duraderos | s/.6000 |
| 1. Recursos humanos (hasta un 20% del presupuesto) | s/. 5000 |
| 1. Materiales e insumos | s/.2000 |
| 1. Pasajes y viáticos | s/.2000 |
| 1. Servicios tecnológicos | s./5000 |
| **TOTAL** | s/.20000 |

**CUADRO Nº 1: Equipos y bienes duraderos (adjuntar proformas)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Equipos y bienes duraderos** | **Especificaciones técnicas** | **Proforma (fecha)** | **Costo unitario** | **Cantidad** | **Costo total S/.** |
| **Laptop** | NB HP 15-BS019LA I7 7MA 8G 1T |  | **s/2500** | **2** | **s/5000** |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**CUADRO Nº 2: Recursos Humanos - Valorización del equipo Técnico**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre** | **Escuela o Unidad a la que pertenece** | **% de dedicación** | **Honorario mensual** | **Nº de meses** | **Costo total S/.** |
| **Estadístico** |  |  |  |  |  |
| **Tesista** |  |  |  |  |  |
| **Especialista** | **U.N.T** | **50%** | **s./1000** | **5** | **s/.5000** |

**CUADRO Nº 3: Material e insumos (adjuntar proformas)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Descripción** | **Costo unitario** | **Cantidad** | **Costo total S/.** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**CUADRO Nº 4: Pasajes y viáticos**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Descripción** | **Costo unitario** | **Cantidad** | **Costo total S/.** |
| **Viaje a congresos** | **s/400** | **5** | **s/2000** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**CUADRO Nº 5: Servicios tecnológicos**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Descripción** | **Costo unitario** | **Cantidad** | **Costo total S/.** |
| **Análisis especializado** | **s/2000** | **1** | **s/2000** |
| **Software** | **s/3000** | **1** | **s/3000** |
|  |  |  |  |